

SUBIECTE LA PROBA MATEMATICĂ

Varianta III

Subiectul I 3p

1. Considerăm în sistemul ortogonal de axe XoY punctele A(1;2), B(3;8), C(0;-1). Verificați dacă cele 3 puncte sunt coliniare.
2. Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = x^2 + y^2 - 25$. Calculați $4 * 3$.
3. Considerăm polinomul $f = X^3 - X^2 + 2X - 2$. Calculați $f(2)$.
4. Arătați că ecuația $\sqrt{x} - x^3 + 1 = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[0; 4]$.
5. Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2 - 3x + 2}$.

Subiectul II 3p

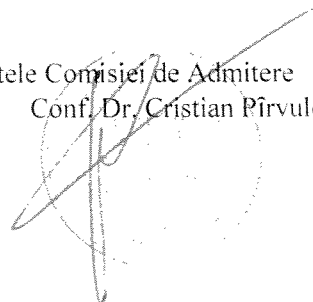
1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 4x + 1 & -3x \\ 4x & 1 - 3x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.
 - a) Să se determine $x \in \mathbb{R}$ pentru care $\det A(x) = 2016$.
 - b) Să se calculeze $(A(-1))^2$.
 - c) Să se demonstreze că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y + xy)$.
2. Pe mulțimea \mathbb{R} definim legea de compoziție asociativă $x * y = xy + 4x + 4y + 12$.
 - a) Verificați dacă $x * y = (x + 4)(y + 4) - 4$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.
 - b) Calculați $(-4) * x$, unde $x \in \mathbb{R}$.
 - c) Calculați $(-2016) * (-2015) * (-2014) * \dots * 2015 * 2016$.

Subiectul III 3p

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^{2015} + 2015x + 1$.
 - a) Calculați $f(0) + f'(0)$.
 - b) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul A(0;1).
 - c) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $[0; \infty)$.
2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ considerăm numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n + 1}{x+1} dx$.
 - a) Calculați I_1 .
 - b) Arătați că $I_n + I_{n+1} = \frac{1}{n+1} + 2 \ln 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.

Președintele Comisiei de Admitere
Conf. Dr. Cristian Pîrvulescu



SUBIECTE LA PROBA MATEMATICĂ

Varianta I

Subiectul I 3p

1. Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{10-x})$.
2. Considerăm funcția $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 + 4\sqrt{x}$. Calculați $f'(4)$.
3. Calculați $\int_0^1 (2016x - 8) dx$.
4. Calculați în $(\mathbb{Z}_{2015}, +, \cdot)$ produsul $\hat{1} \cdot \hat{3} \cdot \hat{5} \cdot \dots \cdot \widehat{2013}$.
5. Descompuneți polinomul $f = X^3 - 6X^2 + 11X - 6$ în factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$, știind că $x = 2$ este o rădăcină a lui f .

Subiectul II 3p

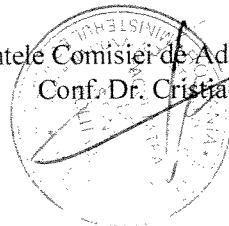
1. Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție comutativă $x * y = xy - 2x - 2y + 6$.
 - a) Arătați că $x * y = (x - 2)(y - 2) + 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
 - b) Aflați elementul neutru al legii $*$.
 - c) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $x * x = 6$.
2. Considerăm matricile $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.
 - a) Verificați dacă $A^2 = 7A$.
 - b) Calculați $\det(A - I_2)$.

Subiectul III 3p

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ x + \sqrt{x}, & x > 0. \end{cases}$
 - a) Verificați dacă funcția f este continuă în $x_0=0$.
 - b) Calculați $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{1+x}$.
 - c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=-1$.
2. a) Verificați dacă $\frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0, -2\}$.
 - b) Calculați $\int_1^3 \frac{2}{x(x+2)} dx$.
 - c) Calculați volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției g în jurul axei Ox , unde $g: [0; 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2\sqrt{x}$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.

Președintele Comisiei de Admitere
Conf. Dr. Cristian Pîrvulescu



SUBIECTE LA PROBA MATEMATICĂ

Varianta II

Subiectul I 3p

1. Considerăm în sistemul cartezian de axe punctele $A(2;5)$, $B(-1; -1)$, $C(0;1)$. Arătați că punctele A , B , C sunt coliniare.
2. Rezolvați în \mathbb{Z} inecuația $\frac{x+3}{2-x} > 0$.
3. Calculați produsul $\hat{1} \cdot \hat{3} \cdot \hat{5} \cdot \hat{7}$ în inelul $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$.
4. Considerăm matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. Calculați $\det(A^4)$.
5. Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 2}{2x^2 + x - 2}$.

Subiectul II 3p

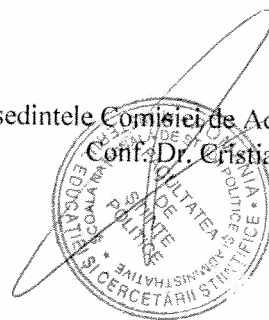
1. Fie sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - 2y + z = -1, \text{ unde } m \in \mathbb{R}. \\ x + 2y + mz = 3 \end{cases}$$
 - a) Pentru $m=1$ arătați că $\det(A)=0$, unde A reprezintă matricea sistemului de ecuații.
 - b) Pentru $m=-1$ rezolvați sistemul de ecuații.
2. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 - 4X^2 - mX + 1$.
 - a) Arătați că $f(1) = -2 - m$.
 - b) Aflați valoarea lui m pentru care f este divizibil cu polinomul $g = X + 1$.
 - c) Pentru $m=0$ calculați $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile lui f .

Subiectul III 3p

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$.
 - a) Calculați $f'(x)$, pentru $x \in \mathbb{R}$.
 - b) Determinați ecuația tangentei la graficul lui f în punctul de abscisă $x_0=4$.
 - c) Studiați existența asimptotei oblice la graficul lui f spre $+\infty$.
2. Considerăm funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$.
 - a) Calculați $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx$.
 - b) Arătați că $\int_1^e \frac{x+1}{x(x+\ln x)} dx = \ln(e+1)$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.

Președintele Comisiei de Admitere
Conf. Dr. Cristian Pîrvulescu



SUBIECTE LA PROBA MATEMATICĂ

Varianta II

Subiectul I 3p

1. Considerăm în sistemul cartezian de axe punctele $A(1;3)$, $B(2;5)$, $C(5;2)$. Calculați aria ΔABC .
2. Rezolvați în \mathbb{R} inecuația $\frac{x+1}{1-x} > 0$.
3. Calculați suma elementelor inelului $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$.
4. Calculați determinantul matricei $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.
5. Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2}$.

Subiectul II 3p

1. Considerăm sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ 2x + y - z = 3 \\ mx + y + z = 3 \end{cases}, \text{ unde } m \in \mathbb{R}.$$
 - a) Aflați parametrul m pentru care sistemul să aibă soluție unică.
 - b) Pentru $m=1$ rezolvați sistemul de ecuații.
2. Fie polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 + aX^2 + 3X + 1$.
 - a) Aflați valoarea lui a pentru care f este divizibil cu polinomul $g = X - 1$.
 - b) Pentru $a = -5$ aflați rădăcinile reale ale lui f .
 - c) Pentru $a = 1$ calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile lui f .

Subiectul III 3p

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.
 - a) Studiați existența asimptotei orizontale la graficul lui f spre $+\infty$.
 - b) Determinați ecuația tangentei la graficul lui f în punctul $A(2;1)$.
 - c) Arătați că funcția f este descrescătoare pentru $x > 1$.
2. Considerăm funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)e^x$, $F(x) = xe^x + 1$.
 - a) Verificați dacă F este o primitivă a lui f .
 - b) Calculați $\int_0^2 f(x)F(x)dx$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 1 punct din oficiu.

Președintele Comisiei de Admitere
Conf. Dr. Cristian Pîrvulescu

